Teoría semiótico-cognitiva del aprendizaje¹

Rafael González

Universidad Nacional de General Sarmiento, Juan MaríaGutierrez 1150, C.P. 1613, Los Polvorines, Pcia. de Buenos Aires, Argentina. Email: rgonzale@ungs.edu.ar; levtski@gmail.com

Resumen: en este trabajo, a partir de la definición de conceptualización dada por Vygotski (1995), se ponen en correspondencia las fases de desarrollo postuladas por Piaget&Gacrcía (1984) a través de las tríadas IaIrT con la semiótica introducida por Peirce (1974) quien clasifica los signos en tres categorías, asociadas a tres inferencias: la abducción, la inducción y la deducción. La consecuencia de esta postulación, es que la construcción de conocimientos comienza por medio de una abducción en la primera fase, a partir de un resultado que se presenta (en forma premeditada o no en la enseñanza) como un problema para el sujeto y desestabiliza su Sistema Interpretativo. Las relaciones surgidas de la generalización abductiva se establecen en la segunda fase como una interacción forma-contenido, forma que, por generalización inductiva o completiva, alcanza la forma deductiva en la tercera fase y se desprende de los contenidos, incorporándose y articulándose con el resto de las formas del Sistema Interpretativo. Desde el punto de vista semiótico, esto implica el pasaje ícono \Rightarrow índice \Rightarrow símbolo.

1. Introducción

Se denomina aquí *teoría semiótico-cognitiva* del aprendizaje a una teoría de adquisición de conocimientos que engloba aspectos centrales de las teorías de Jean Piaget y Rolando García (Piaget & García, 1984; Piaget, 2002; García, 2000), Lev Vygotski (1995) y Charles Peirce (1974) integrados en una formulación que, partiendo de la definición de *conceptualización* de Vygotski, postula la correspondencia entre las tres fases de desarrollo cognitivo introducidas por Piaget-García y las tres categorías de clasificación de signos junto a las tres formas de inferencia, postuladas por Peirce (González, 2012). Estrictamente se enfoca en el aprendizaje a partir de la adquisición del pensamiento hipotético-deductivo que se supone ya adquirido en los niveles medio y superior.

2. Desarrollo

En la figura 1 se esquematizaron los principales aspectos en que se fundamenta *un* proceso de conceptualización en las escuelas mencionadas. Vygotski lo considera

¹ Para cumplir con la ley 26899/2013, decidí subir este artículo al Repositorio Digital abierto a tal efecto. El artículo será enviado próximamente a una revista del área cuya publicación sea compatible con esta ley.

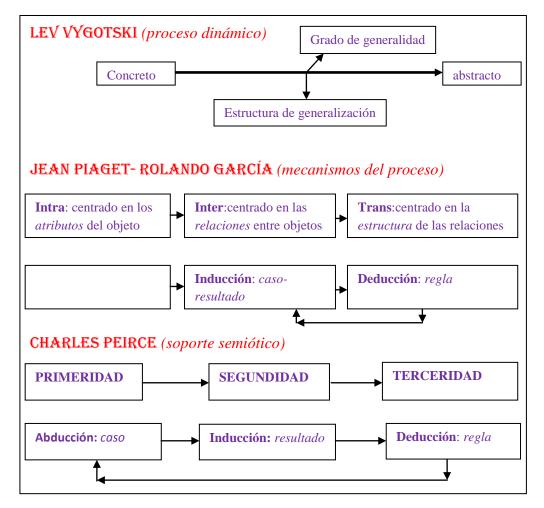
como un proceso de generalización en un sistema de conceptos el cual evoluciona en una recta de generalidad. Sobre esta recta, un concepto adquiere un grado de generalidad. Entre los conceptos se establecen relaciones de generalidad. La adquisición conceptual es un proceso socio histórico cultural en el cual primero aparece en un nivel interpsicológico entre personas y luego se interioriza en un nivel intrapsicológico (Vygotski, 1995).

Piaget y García también conciben la conceptualización como un proceso de generalización, que se da tanto en la psicogénesis, como en la historia de la ciencia, en tres etapas: intra, inter y trans, como mecanismos que se centran respectivamente en los atributos del concepto u objeto conceptual (OC), en las relaciones entre conceptos y en la estructura que forman estas relaciones definidas como transformaciones. El ejemplo típico que dan estos autores es el de las figuras geométricas planas. Un triángulo por ejemplo está definido por sus atributos, pero puede pensarse como invariante de translaciones y rotaciones en tanto relaciones o transformaciones entre puntos del plano, las cuales a su vez forman una estructura de grupo. Sin embargo, a pesar de definir tres etapas, consideran sólo dos tipos de generalizaciones: la inductiva y la completiva (o constructiva). La primera es la clásica generalización del resultado, por la que, una relación aplicada a algunos casos, se aplica a todos los casos en un sistema conceptual determinado. La segunda ocurre cuando estas relaciones asociadas a un resultado se vuelven necesarias y el resultado condición necesaria de las relaciones y por lo tanto dado un caso las relaciones conducen necesariamente al resultado. En la etapa trans, las diversas relaciones están *coordinadas* en lo que llamaremos *Sistema Interpretativo (SI)*. Además Piaget (García, 2000) plantea que el OC es asimilado por el SI y transformado por este, que a su vez se acomoda a él y se transforma simultáneamente, en un proceso global de equilibración cognitiva.

Vygotski considera inicialmente al signo como un instrumento de conceptualización y Piaget considera a su vez una función semiótica que sobrepasa al lenguaje natural (Radford, 2006). Pero aquí se considera al signo como el portador de significado es decir del concepto mismo. Y apoyándonos en Vygotski podemos interpretar que así como un concepto es una generalización en un sistema de conceptos, un signo es una generalización en un sistema de signos Conceptualizar significa generalizar pero simultáneamente, definir un sistema de signos. No es posible una cosa sin la otra. Es decir que el signo desde el punto de vista de su significado depende del sistema de

signos con el cual este en *inter-relación*. Estas relaciones establecidas entre signos, son entonces relaciones entre conceptos y por lo tanto *relaciones de generalidad* tal como las define Vygotski.

Fig.1
Esquema de las componentes centrales de la conceptualización



Por ejemplo el concepto de número entero en el sistema de los números y sus operaciones, se puede definir a partir de la generalización del concepto de resta entre números naturales para los casos que en este conjunto no tengan solución (ej. 5-9). También el conjunto de los números racionales tiene como caso particular al de los enteros cuando el denominador es I, de tal forma que es un caso particular de la relación de generalidad entre números enteros que define a los números racionales (a.d=b.c) en a/b=c/d con a,b,c,d enteros). Vemos como los signos utilizados para los enteros son los que a su vez definirán los utilizados con los racionales a través de las relaciones de generalidad que los inter-relacionan. Por otro lado este sistema de signos implica un contexto semiótico que está dado por el conjunto de relaciones de

generalidad que se establecen entre los signos del sistema. Lo llamaremos contexto sintagmático cuando para quien las interpreta estas relaciones quedan definidas en forma unívoca, por ejemplo cuando son definidas convencionalmente en un ámbito específico (ej. Z para los enteros, SOS como signo convencional de socorro, las luces del semáforo, etc.) Si en cambio las relaciones de generalidad que se pueden establecer entre signos quedan abiertas a las posibilidades interpretativas del interpretante, entonces hablamos de contexto paradigmático. Estas definiciones de concepto y de signo implican ya por lo tanto, un sistema de conceptos (de signos) previo con el cual construirlos y podríamos coincidir con Rolando García (2000) en cuanto a considerarlos como datos interpretados lo que él denomina como observables (concepto que proviene de la Física).

Pero quien provee efectivamente una teoría de signos a la vez que un sistema de inferencias correlativas es Charles Peirce (1974). En primer lugar Peirce concibe al signo en su aspecto de representamen como portador de una cualidad que está en lugar de otra cosa (lo representa), su objeto, un signo de existencia real, lo cual a su vez es interpretado por alguien mediante otro signo denominado interpretante. Por ejemplo H_2O es un interpretante (uno de los tantos posibles) del representamen agua (palabra) que denota a un objeto que es un signo en tanto está en relación con otros objetos (ubicación) y porta las cualidades de líquido incoloro, indoloro, insípido. Cualquier objeto físico, es un signo (denominado indicial) que sólo puede ser conceptualizado a partir de un sistema de signos y por lo tanto requiere conceptualizaciones (o signos) previas (os). Además, las nuevas conceptualizaciones requerirán nuevos signos.

Peirce clasifica los signos en tres categorías denominadas *primeridad*, *segundidad* y *terceridad*.

La primeridad se corresponde con la *cualidad* es decir con los *atributos* que son propios, intrínsecos al objeto *abstrayéndolo* de la referencia a otro objeto. La *segundidad* implica tomar al objeto portador del atributo *en relación* con otro objeto. En este caso Peirce le atribuye *existencia* al *objeto* como *signo indicial* (es el objeto que realmente existe y portador de la cualidad). La *terceridad* es la que introduce mediante un *signo*, el *interpretante*, que es una *ley*, definida por las relaciones introducidas en la segundidad. No obstante, estos conceptos son *relativos* en el sentido de que por ejemplo, un interpretante de un *nivel de generalidad* dado, puede ser un representamen

en el nivel siguiente. Y por ello a cada uno de estos signos, *representamen, objeto* e *interpretante*, es posible encontrarlos en cada una de las tres categorías.

Los signos definidos por Peirce son los de la tabla I (Peirce, 1974; Vitale, 2002; Marafiotti, 2002; Magariños de Morentin, 2008) y los clasifica según su *función*. En los términos planteados previamente, vemos que la misma se realiza en relación con su *grado de generalidad*.

El *cualisigno* es una *cualidad* (p. ej. color) encarnado en el *sinsigno* (un semáforo) que expresa un *legisigno* (una ley: con el semáforo en rojo no se puede cruzar la calle). A su vez el *ícono* es un signo (*objeto*) que expresa una *analogía* con otro objeto (p. ej. un atributo común a los objetos como un color, una imagen que evoque a un objeto como un retrato, los rasgos comunes de dos teorías diferentes, etc.). El *índice* es un signo (*objeto*) de existencia real y contigüidad que atrae la atención hacia un objeto (la flecha \rightarrow en la asignación entre naturales; $2 \rightarrow 4$, a 2 se le asigna 4). El *símbolo* es un signo (*objeto*) que expresa un nivel de generalidad mediante una ley (p. ej. las variables $n \in N$, $m \in N$, y la expresión basada en ellas m=2n). El *símbolo* es un *objeto* en la tercera categoría de generalización o abstracción y como tal un *interpretante*.

La *rhema* es un signo que representa a una *clase* de objetos (p.ej. flor) y hace referencia a lo cualitativo por lo que es una *primeridad*. El *discisigno* es una *proposición* que involucra a *rhemas*. Por ser una *segundidad* implica una *relación* y a su vez un *objeto* de existencia real. El *argumento* es una *forma de razonamiento* que involucra a un *discisigno* como *premisa* y a otro *discisigno* como *conclusión*. Es esencialmente un *interpretante*.

Tabla 1: clasificación de signos según Peirce

	PRIMERIDAD	SEGUNDIDAD	TERCERIDAD
REPRESENTAMEN	Cuasisigno	Sinsigno	Legisigno
OBJETO	Icono	Índice	Símbolo
INTERPRETANTE	Rhema	Dicisigno	Argumento

Aquí las flechas indican, en cada dirección, el sentido de crecimiento del grado de generalidad.

Sin embargo estas clasificaciones-categorizaciones son relativas a un *nivel de generalidad* dado. Un *interpretante* en un nivel de generalidad determinado, puede ser un *objeto* en el nivel siguiente y en dicho nivel recorrer las tres categorías y por lo tanto constituyen relaciones *fractales* y como tales *dialécticas* (García, 2000; Piaget, 2002).

Un ejemplo de este recorrido del signo de un objeto por las tres categorías lo encontramos en los números naturales: su propiedad central es la existencia de un consecutivo. Una sucesión de objetos similares (p. ej. pelotitas) constituye una representación icónica y sus representámenes son 1, 2, 3... Aquí se anticipa la necesidad de un representamen genérico, un símbolo, que será una variable. Pero un paso previo para que por ejemplo la letra m se constituya en variable, es que cada número se constituya en un resultado de la misma mediante una operación de igualación o identificación, es decir m=1, m=2, m=3...., en esta situación la variable cumple el rol de *índice* ya que actuará como por ejemplo un *hito* indicando un número específico. Aquí el signo m se ve afectado por el objeto (el natural dado) al establecerse la relación de igualdad. Esto muestra por otro lado la existencia de una relación inherente a la segundidad. A su vez constituye una interacción forma (el símbolo m), contenido (el número específico). Relación que se hace extensible a todos los números naturales, a partir de la operación de igualación de la variable con cualquier natural. Pero, será en el momento en el que la generalización de esta operación a todos los números naturales, se revele como una condición necesaria de su representación simbólica por medio de la variable, cuando ésta se constituirá como símbolo.

Las características descriptas para las etapas *intra*, *inter*, *trans* (*IaIrT*) postuladas por Piaget-García, y las categorías de *primeridad*, *segundidad* y *terceridad* introducidas por Peirce, hacen natural la correspondencia: $intra \leftarrow \Rightarrow primeridad$, $inter \leftarrow \Rightarrow segundidad$, $trans \leftarrow \Rightarrow terceridad$, que es la que postulo, siendo la distribución de signos en las tres categorías, la *expresión semiótica* de los *mecanismos cognitivos* (*IaIrT*).

Las formas de generalización que plantean Piaget-García, son la *generalización* inductiva o empírica y la generalización completiva o constructiva (García, 2000). En la primera supone una abstracción empírica de determinadas relaciones basadas en atributos constatados en un objeto empírico, que al repetirse en algunos casos se extiende al conjunto de los objetos considerados. La segunda supone una abstracción reflexiva que proyecta las relaciones inferidas, en un nivel de coordinación superior que

las torne deductivas (para lo cual estas relaciones deben convertirse en necesarias). Piaget-García hacen corresponder a la *generalización inductiva* con la fase *intra* porque tiene que ver con los *atributos* del objeto y a la *generalización completiva* con la fase *inter* donde se opera con las relaciones.

La semiótica de Peirce introduce además de la inducción y la deducción, que se corresponden con la segundidad y la terceridad, otro tipo de inferencia, la abducción, que se corresponde con la *primeridad*. Esta última no fue considerada por Piaget-García, aunque Piaget (Piaget&García, 1997; Hernández Ulloa, 2008) la menciona hacia el final de su vida como un elemento necesario a tomar en consideración. Por el contrario, la puesta en correspondencia de las tríadas IaIrT con las categorías, tiene como consecuencia que con relación a los atributos del OC deba tomarse en cuenta la abducción en la situación que denominamos casos y en cambio en la segunda fase la inducción. Por lo tanto se considerará a la primera fase como la de los contenidos (en términos piagetianos: con relación a los cuales se construirán las formas) y sus atributos ya construidos en etapas previas. La correspondencia entre categorías y mecanismos que propongo, constituye la base de una clara expresión semiótica de los mecanismos, representados por sus inferencias. El pasaje de una fase a otra se desarrollará por generalizaciones (ya que resultan en sucesivas abstracciones que aumentan el grado de generalidad) y que aquí serán la abductiva, la inductiva y la completiva, de las cuales, las dos últimas nos conducirán a la tercera fase donde se alcanza la deducción como tercera inferencia. Desde la definición semiótica de estas inferencias, se pueden establecer mejor las correspondencias planteadas y el rol de los signos en cada una de ellas.

La definición desde la semiótica de estas inferencias, referidas a la Fig.1, parte de los conceptos de caso, resultado y regla vinculados con la primeridad, la segundidad y la terceridad respectivamente. El ejemplo clásico es considerar bolsas con pelotitas de diversos colores (cada bolsa es un caso); pelotitas de determinados colores colocadas sobre una mesa y que provienen de alguna de estas bolsas (resultado); bolsas con pelotitas de un mismo color (regla). Observamos que el caso involucra un atributo (color), el resultado una relación (entre las pelotitas con determinados colores sobre la mesa con la bolsa de la cual fueron sacadas) y la regla una estructura (un mismo color para las pelotitas de una bolsa). Con estos elementos, las definiciones son las siguientes (Marafioti, 2002; Vitale, 2002):

Deducción: todas las pelotitas de esta bolsa son blancas (regla), estas pelotitas provienen de esta bolsa (caso), luego (con seguridad) estas pelotitas son blancas (resultado) (Existe una regla de la que, dado un caso se infiere un resultado)

Inducción: estas pelotitas provienen de esta bolsa (*caso*), estas pelotitas son blancas (*resultado*), luego (probablemente) todas las pelotitas de esta bolsa son blancas (*regla*), (Dado un *caso* y un *resultado*, se infiere una *regla*).

Abducción: todas las pelotitas de esta bolsa son blancas (regla), estas pelotitas son blancas (resultado), luego (probablemente) estas pelotitas provienen de esta bolsa (caso) (Dada una regla y un resultado se infiere un caso)

Dado un *OC*, su completa incorporación requiere pasar por las tres *etapas* o *fases* que son la base de los *mecanismos cognitivos* es decir, de las tres *inferencias* expresadas en sus *signos* correspondientes. En efecto, como ya mencioné, la *abducción* se basa en los *atributos* y lo hace a través de la *iconicidad*, dado que expresa *analogías* entre *diferentes objetos*, como por ejemplo la blancura de las pelotitas en la bolsa y de las que están sobre la mesa. La *inducción* se basa en la *indicialidad* ya que el *resultado* se expresa mediante una *relación indicial* entre *objetos realmente existentes*, en este caso las bolsas con las pelotitas y las pelotitas sobre la mesa (*relación* a su vez, basada en los *atributos* en este caso el color blanco). Usando esta *relación indicial* se saca la conclusión. Finalmente, en base a estos *atributos* y *relaciones*, la *deducción* se expresa mediante un *símbolo*, ya que corresponde a una *ley general*. En el ejemplo la *ley* es la *regla* que establece que las pelotitas de una bolsa dada son todas blancas, entonces *necesariamente*, si saco pelotitas de *esa* bolsa (*caso*) y las coloco sobre la mesa, estas serán blancas (*resultado*). Aquí aparece la *necesidad lógica*.

¿Cómo se produce en pasaje del *OC* por las tres fases en el *proceso* que lo *transforma* desde sus aspectos de *signo icónico* a los de *signo simbólico*, cuando se incorpora como *interpretante* al *Sistema Interpretativo*? En la primera fase, los *casos* se refieren a los *contenidos* del *OC* que tendrán determinados *atributos* los que a su vez definirán un *sistema* de *contenidos* (pe. las pelotitas en las bolsas, el sistema de los números naturales, etc.). La *abducción* requiere un *resultado*, que *sea* el *disparador-motivador* del nuevo conocimiento y *desestabilizador* del *SI*. Peirce consideraba a este *hecho* (*resultado*) como sorpresivo o excepcional, sin embargo basta con que no pueda ser incorporado por el *SI*, para generar su desestabilización. Este *resultado específico*

involucra determinados contenidos definidos en esta fase y una relación a develar como hipótesis mediante abducción. Es la génesis de la forma desarrollada desde el SI estabilizado (considerado aquí como previo, es decir anterior a que el resultado lo desestabilice) con el que se inicia el proceso y que involucrará a la regla que es parte de la definición de la abducción (junto al resultado). De esta forma, dicha regla (que aquí será la relación hipotetizada) y a partir del resultado, estará en función del caso, vale decir de los atributos de los contenidos. El caso será así inferido por la regla y el resultado, como requiere la abducción.

Un ejemplo de esto es la generación de ternas pitagóricas (González, 2012). Dado un *resultado:* las ternas de números naturales (3, 4, 5) y (6, 8, 10), donde las componentes cumplen que $3^2 + 4^2 = 5^2$ y $6^2 + 8^2 = 10^2$, son generadoras de preguntas acerca de la obtención de todas las ternas pitagóricas en los naturales: ¿cuántas hay, cuáles son, cómo obtenerlas? Los contenidos en este caso son las ternas de naturales y sus atributos, los correspondientes a los números naturales y la relación pitagórica. Las dos ternas elegidas guardan entre sí una *relación indicial* que casi salta a la vista en este caso: (6, 8, 10) = 2.(3, 4, 5), lo cual genera la *forma proporcional* que se aplica a las ternas. Para poder obtener esta *relación* es necesario *comparar* casos. Luego, dado un *resultado* (6, 8, 10) y la *regla forma proporcional* es posible *inferir* el *caso* (3, 4, 5) y todos los demás *casos* relacionados con dichas ternas por *retroducción* (ir de la *regla* al *caso*). Ante un *nuevo caso* como la terna pitagórica (5, 12, 13) que no es proporcional a las ternas anteriores, la *regla* encontrada no se aplica y nuevos *casos* junto a nuevas *abducciones* serán posibles y necesarios.

En la segunda fase la *forma* encontrada en base a la *abducción* en la primera fase, se aplica a los *casos* que dan cuenta y reproducen los *resultados* estableciendo la *relación indicial*. Se suele decir que la *abducción explica los resultados*. Y estamos en la fase de *interacción* entre la *forma* y el *contenido*. En estas condiciones y en esta etapa, el próximo paso consiste en explorar una extensión de la aplicación de la *forma* a todos los *casos* que forman el *sistema de contenidos* definido por los *atributos* en la etapa anterior. Si la aplicación de la *forma* a algunos *casos*, se extiende a todos los *casos* que responden a similares *atributos*, entonces estamos ante una *generalización inductiva*.

En la tercera fase la *forma* construida en base a los *resultados* en relación con los *contenidos* y sus a*tributos*, se torna *necesaria* con relación a estos y estos *condición*

necesaria de la forma. Esto significa que los resultados devienen deducibles de la forma al aplicarla a todos los casos. La forma que hasta ahora tenía una expresión indicial dada por su aplicación a casos específicos, adquiere un carácter simbólico y se desprende del contenido transformándose en una forma pura. Esto significa que pasa a formar parte del interpretante y quedará estabilizada cuando se articule coherentemente con el resto de las formas del SI que, al incorporarla en este proceso de equilibración mediante asimilación-acomodación se amplía y transforma en SI'. Vale decir tenemos el esquema $OC \rightarrow OC$ ', $SI \rightarrow SI$ ' al pasar de la primera a la tercera etapa. A su vez la estructura de esta etapa, estará dada por los atributos de las relaciones involucradas.

En el ejemplo de las ternas pitagóricas la *forma proporcional* se escribirá como n.(a,b,c), con $n \in N$, siendo (a,b,c) una terna pitagórica y es claramente una *forma sintagmática* y *simbólica*, que se ha *desprendido* de los contenidos específicos iniciales para hacerse extensiva a cualquier terna pitagórica incluso a otros *contenidos*, como por ejemplo los números reales. Es decir como *forma* su estructura sería ().(,,), que se podría aplicar a cualquier *contenido* para el cual esta operatoria tuviera sentido. Si el pasaje de la segunda a la tercera fase se produce porque los *atributos* de los *contenidos* expresados por los *resultados*, resultan ser *necesarios* para obtener dichas formas, entonces la *generalización completiva* puede darse sin necesidad de una *generalización inductiva*. Por otro lado es importante señalar que estos *procesos* son *dialécticos* y por ello estas tres fases son relativas a un *grado de generalidad* dado y por lo tanto una fase *trans* en un *nivel* dado, puede ser *intra* en la siguiente. Por último, al cerrar el ciclo, además de nuevas *formas* pueden ampliarse los *contenidos* como por ejemplo se van ampliando los campos numéricos.

Las bases semióticas de las tres inferencias, muestran que las tres son solidarias y *cuasi simultáneas* en su formación. En efecto, lo que hemos llamado *regla* depende de las *relaciones* expresadas mediante los *resultados*, las que su vez dependen de los *casos* determinados por los *atributos*. Sin embargo ello no significa que el pasaje por las tres etapas sea simultáneo, ya que primero deben considerarse los *atributos*, luego las *relaciones* y finalmente las *estructuras*. Por lo tanto hay un *orden* de *centramientos*: centrando en los *atributos* se construyen las *relaciones* que constituirán a la *regla*. Centrando en las *relaciones* comenzamos a discernir las *estructuras* y centrando en las *estructuras* consideramos la *articulación* de las *formas* en el *SI*.

El cuadro de correspondencias se completa así:

Tabla 2: correspondencias en cada fase semiótico-cognitiva

	Fase 1	Fase 2	Fase 3
Situación del OC	Caso	Resultado	Regla
OC centrado en	Atributos	Relaciones	Estructura
Categoría	Primeridad	Segundidad	Terceridad
Signo	Icono	Indice	Símbolo
Inferencia	Abducción	Inducción	Deducción

3. Aplicación específica en el Ingreso Universitario

En primer lugar mostraré un ejemplo de cómo se manifiesta esta secuencia en el caso específico de ingresantes universitarios. Un estudio de campo desarrollado en la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) (González, 2012) muestra cómo algunos estudiantes del ingreso a la universidad redefinen el $signo~\sqrt{}$ en un diagnóstico desarrollado en el primer día de clases en base al SI con el que llegan a la Universidad. Se les pide a los estudiantes dar el resultado de operaciones aritméticas simples o combinadas, con números naturales, presentadas como expresiones escritas finalizadas con el signo igual, con el propósito de reforzar la idea de que se pide un resultado. Un objetivo central es visualizar como interpretan los signos involucrados en estas operaciones. En algunas de ellas aparecen los símbolos $\sqrt{4}$ y $\sqrt{5}$. Se desea ver como interpretan el $signo \sqrt{}$ en base a los casos que aparecen. El contenido con el que se toman los casos en base a los atributos, son los números naturales. En la presentación del diagnóstico se pide obtener el resultado de las operaciones indicadas como $1+\sqrt{4}=$ y $1+\sqrt{5}=$, donde el signo = es un *índice* que justamente está asociado al *resultado* tal como fue planteado previamente, e induce al estudiante a obtenerlo. Los estudiantes que responden lo interpretan bien e intentan obtener un resultado. Dado que $\sqrt{5}$ es un irracional su valor exacto sólo puede expresarse en forma simbólica por lo que la

segunda expresión se resuelve mediante la identidad $1+\sqrt{5}=1+\sqrt{5}$. Esto es importante porque está indicando que la misma operación es el *resultado exacto*.

En uno de los grupos estudiados, un 12% asigna el significado convencional o sintagmático al signo $\sqrt{}$ y dan como resultados $1+\sqrt{4}=3$ y $1+\sqrt{5}=1+\sqrt{5}$. En el pasaje atributo \Rightarrow relaciones \Rightarrow estructura con soporte semiótico: ícono \Rightarrow índice \Rightarrow

 $s\'{i}mbolo$, estos estudiantes muestran estar en la última fase en $relaci\'{o}n$ con los conceptos involucrados. Dichos estudiantes simplemente deducen aplicando la regla convencional (resultante de un contexto $sintagm\'{a}tico$) a los diferentes casos para así obtener diferentes resultados. En el mismo grupo un 21% de los estudiantes utilizan el signo $\sqrt{}$ de acuerdo a la regla convencional para los casos de naturales que son cuadrados perfectos, pero redefinen la regla cuando estos no lo son, de la siguiente forma:

 $\sqrt() \to \frac()}{2}$, en el caso concreto de 5, tenemos $\sqrt(5) \to \frac{(5)}{2}$, vale decir *asimila* el signo

 $\sqrt{\ }$ a una división por 2. De esta forma sus *resultados* son $1+\sqrt{4}=3$ y $1+\sqrt{5}=\frac{7}{2}$.

Este grupo realiza una abducción. En efecto, primero enfoca en los atributos: números naturales diferenciados por ser cuadrados perfectos o no serlo. En el primer caso aplica la regla convencional. Pero en el segundo, como dijimos antes, $1+\sqrt{5}$ constituye el resultado mismo y dado que no puede aplicar la regla convencional obteniendo un resultado dentro de los naturales o de números conocidos, hipotetiza la regla en función del caso, vale decir infiere el caso a partir de esta regla y del resultado. Para dicho caso no considera aplicable la regla convencional (el sintagma). Su contexto semiótico es paradigmático, en el cual las relaciones de generalidad no están determinadas ya que no tienen construida la regla convencional para todos los casos y son construidas en función de las posibles reglas que sí tienen incorporadas en su SI. Y dado que tiene que ver con los atributos del caso, su búsqueda será icónica, es decir por analogía en esta situación $\sqrt{()} \rightarrow \frac{()}{2}$ haciendo análogo el primer signo a la división por 2 (dado que es una raíz cuadrada). Por lo tanto estos estudiantes están centrados en la primera fase *icónica* y pasan a la segunda *indicial* pero no podrán alcanzar la última fase de elaboración del símbolo dada la ambigüedad en su definición en función del caso. La última etapa deductiva se alcanzará, cuando el estudiante comprenda que el símbolo $\sqrt{}$

debe tener una *significación unívoca* en relación con *todos* los *casos*. Es decir deje de depender de los *casos* y así la *forma* se *desprenda* del *contenido*.

Rolando García (2000) postula una tercera versión de la teoría de la equilibración de Piaget en la cual, el proceso constructivo de conocimiento es el resultado de la interacción de la forma (formas lógicas) con el contenido (mundo físico) a través del mecanismo de las tríadas IaIrT. Una consideración similar podemos hacer aquí donde los OC son ya de tipo simbólico. También hay una interacción forma-contenido, donde los contenidos son aquellos en relación con los que, comenzará la génesis de la forma en la primera fase (pe. los números naturales) y por lo tanto poseen un grado de generalidad menor que la forma, la que se estabilizará en relación con dicha interacción en la segunda fase, y la que se desprenderá de los contenidos en la tercera. Esto explica porque, cuando se tiene dificultades en operar con un OC de un determinado grado de generalidad, se recurre a un OC de un grado de generalidad menor para lograrlo, en forma análoga al niño que en la etapa de las operaciones concretas definidas por Piaget, recurre a objetos para operar. Esto es natural, dado que el objeto empírico del mundo físico es un signo indicial, que es el que asume el objeto simbólico, con el resultado expresado en la segunda fase.

Otro aspecto que puede señalarse, es que en el proceso de las tres fases, el *OC* posee un carácter *exógeno* al ingresar a la primera, mientras que al incorporarse en la tercera fase posee un carácter endógeno, lo que coincide con el proceso planteado por Vygotski, en relación con el carácter inicial *externo* del *OC*, producto de la *interacción* del sujeto con el entorno en un *proceso socio-histórico-cultural*, hasta su *internalización* final. El *OC* queda así incorporado al *SI* en su tercera fase ya estabilizada.

4. Construcción de redes de conceptos

Dado que consideramos con Vigotski que un concepto es una generalización en un sistema de conceptos y que estos se vinculan mediante relaciones de generalidad, podemos pensar a este sistema como una red de conceptos. La red básica a considerar para un concepto dado es la que permite su generalización a través de las tres fases. A esta la denominamos estructura de generalización del concepto. Pero a su vez un concepto así definido, se relaciona con otros conceptos, algunos de los cuales son consecuencia de su definición, por lo que podríamos decir que el concepto se amplía y no dejará de ampliarse, mediante una red abierta que es infinita. Podemos considerar al

concepto definido por su estructura de generalización, como un esquema conceptual básico. A su vez la combinación de diferentes conceptos relacionados en la red de conceptos considerada, da lugar a nuevos esquemas conceptuales que pueden coordinarse entre sí y producir nuevos conceptos, pero estos atravesarán las tres fases, en niveles de generalidad cada vez mayores y con el soporte semiótico correspondiente. La construcción de estas redes, de los esquemas conceptuales y su elaboración en el proceso de aprendizaje, serán objeto de nuevos estudios.

5. Conclusiones

La puesta en correspondencia de las tríadas *IaIrT* con las *categorías primeridad*, segundidad y terceridad, conduce a un proceso de incorporación-construcción de un objeto conceptual que consta de tres fases que se corresponden con los atributos, las relaciones y la estructura del mismo, y desde la semiótica, con el ícono, el índice y el símbolo. Asimismo estas fases se corresponden con las inferencias adbuctiva, inductiva y deductiva. El punto de partida que motiva, impulsa, origina el proceso es un resultado entendido como un caso particular de manifestación del concepto (como por ejemplo una terna pitagórica) que genera preguntas que no pueden responderse con la red de conceptos o esquemas conceptuales del SI. Este resultado está constituido por contenidos y relaciones o formas en interacción que serán construidas de manera de dar respuesta a las preguntas generadas. En la primera fase se consideran los contenidos y sus atributos en relación con los que se determinarán las formas, mediante una abducción. En la segunda fase, estas formas en interacción con los contenidos reproducen el resultado particular. Es la fase en la que las formas y los contenidos pueden generalizarse de manera inductiva o completiva alcanzando entonces la tercera fase, donde las *formas* se vuelven *necesarias* en relación con los *contenidos* (los que a su vez se tornan condición necesaria de las formas) y a su vez se desprenden de estos con la posibilidad de generar nuevos contenidos. En esta fase no sólo se determina la estructura de las relaciones construidas sino que se producen nuevos esquemas conceptuales que se articulan con el resto de los esquemas conceptuales en el SI.

Un elemento muy valioso de estas ideas, es la posibilidad para el docente, de introducir un concepto, presentando un *problema* que contenga un *resultado* en el sentido indicado en este trabajo, que genere *preguntas* que desestabilicen el *SI* del estudiante y permita iniciar y atravesar las tres fases de *construcción conceptual*. La elección del *resultado*

debería hacerse en función de los *esquemas conceptuales* ya adquiridos y que permitan identificar los *contenidos* y sus *atributos* así como *abducir* las *relaciones* involucradas en dicho *resultado*.

Por último, es importante señalar, que el pasaje por estas fases implica un *proceso de equilibración* en su tercera versión propuesta por Rolando García (2000) como una interacción entre *formas* y *contenidos* durante el pasaje por la tríada *IaIrT*, lo que le da un sustento actualizado a las ideas aquí propuestas.

Bibliografía

García, R. (2000): El Conocimiento en construcción. Barcelona. Gedisa.

González, R. (2012): Problemáticas del Ingreso Universitario (Matemática y Taller de Ciencia). Enfoque semiótico-cognitivo (Piaget-García, Vygotski, Peirce). Los Polvorines. UNGS.

Hernández Ulloa, A. R. (2008): "La equilibración como razonamiento abductivo". En: Guanajuato: Universidad de Guanajuato, EDUCATIO 5. http://www.educatio.ugto.mx/pdfs/educatio5/la equilibracion como razonam.pdf

Magariños de Morentin, J. (2008): La semiótica de los bordes: apuntes de metodología semiótica. Córdoba. Comunicarte.

Marafioti, R. (2002) (compilador): Recorridos semiológicos. Buenos Aires. Eudeba.

Peirce, C. S. (1974): La ciencia de la semiótica. Buenos Aires. Ediciones Nueva Visión.

Piaget, J. (2002): Las formas elementales de la dialéctica. Barcelona. Gedisa.

Piaget, J., García, R. (1984): Psicogénesis e historia de la ciencia. Mexico, Siglo XXI.

Piaget, J., García, R. (1997): Hacia una lógica de las significaciones. Barcelona. Gedisa.

Radford, L. (2006): "Introducción. Semiótica y Educación Matemática". En: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, núm. Esp. pp. 7-21. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33509902

Vitale, A. (2002): El estudio de los signos. Peirce y Saussure. Buenos Aires. Eudeba.

Vygotsky, L. (1995): Pensamiento y Lenguaje. Barcelona: Paidos.