

DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B".*

Combinatoria analítica y dinámica. Aplicaciones.

Docentes a cargo: **Dra. Eda Cesaratto.**

Docentes invitados: **Dra. Valérie Berthé, Dr. Julien Clément, Dr Loïck Lhote, Dra. Brigitte Vallée, Dr. Alfredo Viola.**

Fechas de dictado: 14, 18 y 19 de febrero 2014 y fechas a combinar.

Horas de dictado: 38 horas totales.

El curso se desarrollaría en tres etapas para aprovechar la presencia en el país de los profesores Valérie Berthé, Julien Clément, Loïck Lhote, Brigitte Vallée, Alfredo Viola durante los días martes 18 y miércoles 19 de febrero de 2014. Los profesores antes mencionados dictarán los cursos correspondientes a las jornadas "Dynamical Analytic Combinatorics and Applications" que tendrán lugar en nuestra universidad. Más información sobre estas jornadas se puede encontrar en la página www.ungs.edu.ar/dynalco.

La primera etapa se dictará en la semana del 10 al 14 de febrero y tendrá como objetivo introducir a los estudiantes a los aspectos básicos del análisis de algoritmos. Estas clases serán dictadas por la docente a cargo del curso.

La segunda etapa se desarrollará durante los días 18 y 19 de febrero. Durante esos días los estudiantes asistirán a los cursos de las jornadas "Dynamical Analytic Combinatorics and Applications".

Una vez terminada esta el curso se continuarán las clases durante 5 semanas más hasta la semana del 25 al 28 de marzo inclusive. Estas clases las dictará la docente a cargo del curso.

Carga horaria:

38 horas totales distribuidas de acuerdo al siguiente esquema: 4 horas el 14 de febrero (de 14 a 18hs), 14 horas durante los días 18 y 19 de febrero (de 10 a 18.20hs) y 4 horas semanales de clases teórico-prácticas durante las 5 semanas subsiguientes finalizando en la semana del 24 al 28 de marzo.

Puntaje:

El curso otorgará **3 puntos** para los estudiantes admitidos del Doctorado en Ciencia y Tecnología.

DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B"*.

Destinatarios y requisitos

La materia está dirigida a estudiantes del Doctorado en Ciencia y Tecnología de la UNGS, y a estudiantes de doctorados afines de otras universidades.

Objetivos

Introducción:

En la actualidad el análisis de algoritmos es un área de reconocido interés en la intersección entre la informática y la matemática. La motivación principal del análisis de un algoritmo es la de predecir su desempeño cuando éste se ejecuta sobre una entrada arbitraria. Así, se busca determinar características del algoritmo que permitan determinar si resulta eficiente, o que permitan compararlo con otros algoritmos diseñados para llevar a cabo la misma tarea. En general, dicho análisis consiste en el estudio del "costo" del mismo entendido, por ejemplo, como la cantidad de recursos físicos de memoria que requiere, su tiempo de ejecución, etc.

Tradicionalmente, se entiende por el análisis de un algoritmo, el de buscar entre las entradas de una determinada talla, aquellas que maximizan, respectivamente minimizan, el costo que se está estudiando. Este tipo de análisis se lo conoce como análisis del peor caso, respectivamente del mejor caso.

A fin de obtener información más realista acerca del comportamiento de un algoritmo que el del peor o del mejor caso, D. Knuth introdujo el denominado *análisis probabilístico de algoritmos* durante los años 70 del siglo pasado. Este tipo de análisis propone definir una probabilidad en el conjunto de las entradas y considerar el parámetro a estimar como una variable aleatoria. El objetivo es determinar el comportamiento asintótico de la esperanza (análisis en promedio), la varianza y la distribución de dicha variable aleatoria (análisis en distribución) cuando la talla de las entradas crece.

La combinatoria analítica es uno de los métodos principales que hace posible este análisis. Un tratamiento unificado de esta teoría así como la mayoría de sus fundamentos metodológicos fueron propuestos por Ph. Flajolet y están descriptos en los libros de Flajolet y Sedgewick citados en la bibliografía.

Esta área se puede describir como una metodología para el estudio cuantitativo de estructuras combinatorias como cadenas de caracteres, árboles y grafos, con aplicaciones al análisis de algoritmos que están basados en estas estructuras como por ejemplo, algoritmos para ordenar números o de búsqueda de motivos en cadenas de caracteres. Esta metodología tiene dos aspectos: uno simbólico y el otro, analítico.

DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B".*

El aspecto simbólico consiste en la “automatización” de la enumeración de las estructuras y su traducción en series generatrices. El aspecto analítico consiste en el análisis de las funciones generatrices como funciones de variable compleja (búsqueda de singularidades, residuos, etc.).

Sin embargo, la combinatoria analítica no es la herramienta adecuada cuando el algoritmo o la fuente (en el sentido de teoría de la información) están muy correlacionadas. Esto ocurre cuando el proceso (por ejemplo, el algoritmo o el comportamiento de la fuente) en un paso depende de toda la historia previa. La combinatoria dinámica es una extensión de la combinatoria analítica que adecua los principios de la combinatoria analítica cuando el proceso o la fuente pueden ser vistos como sistemas dinámicos.

La combinatoria dinámica fue introducida a principios de los años noventa del siglo pasado por Brigitte Vallée quien extendió las ideas principales de trabajos previos con Philippe Flajolet. En esta metodología, el operador de transferencia asociado al sistema dinámico juega un papel central, porque él genera las series generatrices que en este esquema son series de Dirichlet. El comportamiento del sistema queda descrito por el comportamiento del autovalor dominante del operador de transferencia.

Objetivos

Este curso tiene dos objetivos centrales: por un lado se espera introducir al estudiante a las ideas principales del análisis de algoritmos. Por el otro, se espera que los estudiantes comprendan los principios de la combinatoria analítica y dinámica.

Se busca alcanzar estos dos objetivos a partir del análisis de dos familias de ejemplos concretos. Uno de ellos es análisis en promedio y en distribución de algoritmos de tipo euclidiano sobre enteros y sobre polinomios con coeficientes en el cuerpo finito \mathbb{Z}_p (p primo). La otra familia de ejemplos, es el análisis en promedio de estructuras de datos conocidas como “árboles” y sus implicancias en el análisis de algoritmos de búsqueda de motivos y de ordenamiento cuando las fuentes que generan los caracteres son de tipo dinámicas.

Contenidos

- Fundamentos del análisis de algoritmos: talla de una entrada y costos. Ejemplos: algoritmos de ordenamiento de arreglos y algoritmo de Euclides.
- Fundamentos de la combinatoria analítica: clases combinatorias y series generatrices como series formales.
- Aplicación al análisis del algoritmo de Euclides para polinomios univariados con coeficientes en un cuerpo finito.



DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B"*.

- Aspectos analíticos de las series generatrices. Singularidades. Teorema integral de Cauchy. Teorema de los residuos.
- Análisis de algoritmos para el caso de algoritmos de ordenamiento de cadenas de caracteres generados por una fuente sin memoria.
- Combinatoria dinámica. Sistemas dinámicos asociados a transformaciones fuertemente expansivas del intervalo. La transformación de Gauss. Nociones de sistemas dinámicos discretos.
- Nociones de espacios funcionales y de propiedades espectrales. Estudio de las propiedades del operador de transferencia asociado a un sistema dinámico.
- Series de Dirichlet como series generatrices. Aplicación al análisis del algoritmo de Euclides para enteros y para el análisis de algoritmos de ordenamiento de cadenas de caracteres generados por una fuente dinámica con memoria.
- Trabajos Prácticos
 1. *Análisis de algoritmos, clases combinatorias y series generatrices*: concepto de algoritmo, algoritmo de Euclides, ejemplos de algoritmos de ordenamiento (quicksort, bubblesort). Concepto de talla y costo. Análisis del peor caso. Series generatrices asociadas. El diccionario entre estructuras combinatorias y series generatrices.
 2. *Análisis en promedio del algoritmo de Euclides para polinomios univariados sobre cuerpos finitos*. Serie geométrica. Cálculo de esperanzas con series generatrices.
 3. *Análisis en promedio de algoritmos de búsqueda y ordenamiento*. Uso de series generatrices. Singularidades.
 4. *Combinatoria dinámica*: sistemas dinámicos. Operadores de transferencia. Propiedades espectrales de los operadores de transferencia. Uso de los mismos en el análisis en promedio del algoritmo de Euclides sobre enteros. Fuentes dinámicas. Análisis en promedio de algoritmos de búsqueda y ordenamiento de cadenas de caracteres generados por fuentes dinámicas.

Bibliografía

Flajolet, Ph., Sedgewick, R., *Analytic Combinatorics*, Cambridge University Press, 2011.

Flajolet, Ph., Vallée, B., Continued fraction algorithms, functional operators, and structure constants, *Theoretical Computer Science* (1998), vol 194, 1--2, pp 1--34.

DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B"*.

Knuth D. E., *The art of computer programming, volume 2 (3rd ed.): seminumerical algorithms*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1997.

Lasota, A., Mackey, M., *Chaos, Fractals, and Noise: Stochastic Aspects of Dynamics*, Springer, 1994.

Sedgewick, R. y Flajolet, Ph., *An introduction to the analysis of algorithms*, Addison-Wesley, 1995

Vallée, B., *Dynamical sources in Information Theory: Fundamental Intervals and Word prefixes*, *Algorithmica* (2001), vol 29 (1/2) pp 262—306

Vallée, B., *Dynamical Analysis of a class of Euclidean Algorithms*, *Theoretical Computer Science*, vol 297/1-3 (2003) pp 447--486

Vallée, B., *Euclidean Dynamics*. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, vol. 15:1, 2006, pages 281—352.

Asistencia mínima requerida

Para recibir un certificado de asistencia, se requiere asistir al menos al 75% de las horas de clase.

Régimen de Aprobación

Se realizará una evaluación final que consistirá en la entrega de la resolución de una lista de ejercicios seleccionada por el docente y de un examen final presencial e individual.

(Docente a cargo)

(Autoridad DCyT)
