

## DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

---

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B"*.

### *Análisis Funcional*

Docentes a cargo: **Dr. Alejandro Varela y Dr. Cristian Conde**

Fechas de dictado: **15 de marzo al 29 de noviembre de 2012**

#### **Carga horaria:**

El curso se dictará en modalidad anual distribuyendo las horas de cursado en: 2 horas semanales para el primer semestre y 4 horas semanales para el segundo semestre. La duración total del curso será de 102 (ciento dos) horas.

#### **Puntaje:**

El curso otorgará **5 puntos** para los estudiantes admitidos del Doctorado en Ciencia y Tecnología.

#### **Presentación:**

El análisis funcional es una herramienta fundamental para acceder a numerosas aplicaciones dentro y fuera de la disciplina matemática. Tiene además un amplio rango de aplicaciones en la ingeniería, la economía y la física.

Luego de un repaso de los temas de Álgebra Lineal en dimensión infinita necesarios para abordar los temas a desarrollar en la materia se estudiarán espacios normados, de Banach y de Hilbert; funcionales lineales y operadores lineales; topologías débiles y teoremas fundamentales del análisis funcional.

Estos temas permiten abordar las áreas de investigación de muchos de los investigadores del área de matemática que toman parte en el doctorado de Ciencias y Tecnología: análisis funcional, teoría de operadores y análisis matricial. Los temas del programa serán tratados rigurosamente.

#### **Objetivos:**

- Que los alumnos incorporen herramientas del análisis funcional,
- Que aprendan a reconocer los problemas matemáticos que se pueden resolver mediante el uso de estas herramientas,
- Que obtengan un panorama amplio de los resultados más importantes en este tema.

## DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B".*

### Contenidos

#### Conjuntos convexos y funcionales convexas.

Conjuntos convexos. Funcionales convexas. Funcional de Minkowski. Teorema de Hahn-Banach. Separabilidad de conjuntos convexos en espacios lineales. Teorema de Krein-Milman.

#### Espacios normados.

Espacios normados. Subespacios de espacios normados.

#### Espacios de Banach

Teorema de Hahn-Banach en un espacio normado. Principio de acotación uniforme. Teorema de la aplicación abierta. Teorema del gráfico cerrado.

#### Espacios de Hilbert.

Espacios euclídeos. Ejemplos. Existencia de bases ortogonales, ortogonalización. Desigualdad de Bessel. Sistemas ortogonales cerrados. Espacios euclídeos completos. Teorema de Riesz. Espacios de Hilbert. Subespacios, complementos ortogonales, suma directa

#### Funcionales lineales continuas

Funcionales lineales continuas y acotadas. Funcionales lineales acotadas sobre espacios normados.

#### Espacio dual

Espacio dual de un espacio normado. Topología del espacio dual de un espacio normado. Espacio doble dual.

#### Topologías y convergencias débiles

Topología débil y convergencia débil en el espacio dual. Topología \*-débil en conjuntos acotados. Teorema de Banach-Alaoglu.

#### Operadores lineales

Continuidad y acotación. Suma y producto, inversibilidad. Operador adjunto. Operadores autoadjuntos. Operadores positivos. Descomposición polar. Espectro de un operador. Resolvente. Operadores compactos. Ideales de operadores de tipo traza y de Hilbert-Schmidt. Teorema espectral.

### Bibliografía:

1. Brézis, H. Análisis funcional, Alianza Universidad Textos, París, 1983, 233 pág.
2. Conway, John B., A course in functional analysis. Springer-Verlag, 1990. xvi, 399 p.
3. Halmos, Paul R., A Hilbert space problem book. Ed. Springer-Verlag, 1982. xvii, 369 p.
4. Kolmogorov, A.N., Fomín, S.V. Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional, Editorial MIR, Moscú, 3era. ed.1978, 535 pág.
5. Lax, Peter D., Functional analysis. John Wiley & Sons, 2002. xix, 580 p.

## DOCTORADO EN CIENCIA Y TECNOLOGIA

---

Evaluado y acreditado por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU). *Resolución N° 1178/11. Calificación "B"*.

6. Pedersen, Gert, Analysis now.
7. Reed, Michael; Simon, Barry, Methods of modern mathematical physics: functional analysis. vol. I, Academic, 399 p.
8. Rudin, Walter, Análisis funcional, Reverté, 2002. xi, 397 p..
9. Saxe, Karen, Beginning functional analysis. Springer-Verlag, 2002. xi, 197 p.
10. Swartz, Charles, An introduction to functional analysis. Marcel Dekker, 1992. 600 p.
11. Yosida, K, Functional analysis, Springer-Verlag, 6ta. edición, Berlin, 1995. 500 pág.

### **Régimen de Aprobación**

Para la aprobación del curso se requiere la aprobación de un examen final.

### **Requisitos**

La materia requiere conocimientos previos de álgebra lineal elemental en dimensión finita y elementos de análisis real y complejo.